FLORENTIN SMARANDACHE

Negari ale Postulatului V al lui Euclid

In Florentin Smarandache: “Collected Papers”, vol. III. Oradea (Romania): Abaddaba, 2000.

NEGĂRI ALE POSTULATULUI V AL LUI EUCLID

Postulatul V al lui Euclid se enunţă sub forma: dacă o dreaptă, care intersectează două drepte, formează unghiuri interioare de aceeaşi parte mai mici decât două unghiuri drepte, aceste drepte, prelungite la infinit, se întâlnesc în partea unde unghiurile interioare sunt mai mici decât două unghiuri drepte.

Însă el este mai cunoscut sub forma: printr'un punct exterior unei drepte se poate duce o paralelă şi numai una la acea dreaptă.

În acest articol vom prezenta cele două negări clasice (Lobacevski-Bolyai-Gauss şi Riemann), plus altă negare parţială (combinând, totuşi, negările anterioare).

Postulatul V al lui Euclid (315? - 255? î.C.) este recunoscut, de toată lumea, consistent (logic) în sine, dar şi împreună cu celelalte patru postulate formează un sistem axiomatic consistent.

Întrebarea, care s-a pus din antichitate, era dacă al cincilea postulat este dependent de celelalte patru? Pentru că un sistem axiometic, în viziune clasică, trebuie să fie:

1) **consistent** (axiomele să nu fie contradictorii între ele: adică unele să afirme ceva, iar celelalte opusul);

* 2) **independent** (o axiomă să nu fie o consecinţă rezultată din celelalte axiome prin aplicarea unor reguli, teoreme, leme, metode valabile în acel sistem;
dacă o axiomă se dovedeşte a fi dependentă (rezultată din) de altele, se elimină din sistem;
sistemul trebuie să fie minimal);

3) **complet** (axiomele să dezvolte întreaga teorie, nu doar parţialităţi).

Deci, geometrii au crezut că postulatul (= axioma) V se deduce din primele patru postulate ale lui Euclid. Însuşi Euclid a incitat la aceste cercetări. Deci, că sistemul propus de Euclid, care a pus bazele geometriei, n'ar fi independent.

În acel caz, postulatul V ar fi putut să fie eliminat, fără a altera deloc dezvoltarea geometriei.

Au fost numeroase încercări de-a "demonstra" această "dependenţă", desigur nereuşite. Aşadar, postulatul 5 are importanţă istorică fiindcă mulţi

s'au ocupat de el.

Atunci, s'a trecut la negarea postulatului 5, şi constituirea unui sistem axiomatic din primele patru postulate euclidiene neschimbate plus negaţia postulatului 5. S'a observat că se obţin geometrii total dfiferite, bizare, curioase, aparent rupte de practică.

a) Lobacevski (1793-1856), rus, primul a negat astfel:
"Printr'un punct exterior unei drepte se pot duce o infinitate de paralele la acea dreaptă",
care s'a numit **Geometrie Lobacevskiană** sau hiperbolică.

După el, independent, au făcut acelaşi lucru: Bolyai (1802-1860), ungur din Transilvania, şi Gauss (1777-1855), neamţ. Dar Lobacevski a publicat primul.

Beltrami (1835-1900), italian, a găsit şi un model (= construcţie geometrică şi convenţii în definirea noţiunilor de spaţiu, dreaptă, paralelism) la această geometrie hiperbolică, marcând un progres şi dând o importanţă ei. Analog Pointcaré (1854-1912), francez.

b) Riemann (1826-1866), neamţ, a urmat cu o altfel de negaţie:
"Printr'un punct exterior unei drepte nu se poate duce nici o paralelă la acea dreaptă",
care s'a numit **Geometrie Riemanniană** sau eliptică.

c) Smarandache (n. 1954) a negat parţial postulatul V:
"Există drepte şi puncte exterioare lor astfel încât prin acele puncte exterioare se puteau duce la acele drepte:

1) numai o singură paralelă - într'o anumită zonă a spaţiului geometric [deci, aici funcţiona Geometria Euclidiană];

2) mai multe paralele, dar în număr finit - în altă zonă a spaţiului;

3) un număr infinit de paralele, dar numărabile - în altă zonă a spaţiului;

4) un număr infinit de paralele, dar nenumărabile - în altă zonă a spaţiului [deci, aici funcţiona Geometria Lobacevski];

5) nici o paralelă - în altă zonă a spaţiului [deci, aici funcţiona Geometria Riemann].

Adică, întregul spaţiu era împărţit în cinci regiuni (zone), iar fiecare zonă funcţiona diferit. Eram elev, ideea mi-a venit în 1969. De ce? Fiindcă am observat că în practică spaţiile nu sunt pure, omogene, ci un melanj. Aşa am unit cele trei geometrii legate de postulatul V, şi le-am chiar extins (cu alte 2 zone alăturate).

Problema era: cum conectezi un punct dintr'o zonă, cu un punct din altă zonă diferită (trecerea peste "frontiere")?

În "Bulletin of Pure and Applied Science" (Delhi, India), apoi în prestigioasa revistă germană care recenzează articole de matematică "Zentralblatt für Mathematik" (Berlin) există patru variante de **Geometrii Neeuclidiene Smarandache** [urmând tradiția: Geometria lui Euclid (cea clasică, tradițională), Geometria Lobacevski, Geometria Riemann, Geometrii Smarandache]. E bine să lăsăm şi noi, românii, urme prin ştiinţe şi arte - ca să nu ne mai desconsidere atâta occidentalii. Mă obsedează acest lucru... Eu caut să citez mereu români în tot ce fac - pentru promovare.

Referințe:

[1] Ashbacher, Charles, "Smarandache Geometries", <Smarandache Notions Journal>, Vol. 8, No. 1-2-3, Fall 1997, pp. 212-215.

[2] Brown, Jerry L., "The Smarandache Counter-Projective Geometry", <Abstracts of Papers Presented to the American Mathematical Society Meetings>, Vol. 17, No. 3, Issue 105, 595, 1996.

[3] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Anti-Geometry", <Bulletin of Pure and Applied Sciences>, Delhi India, Vol. 17E No. 1, 103-114 1998.

[4] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihaly, "Smarandache Anti-Geometry", <Smarandache Notions Journal>, Vol. 9, No. 1-2, 49-63, 1998.

[5] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Counter-Projective Geometry", <Bulletin of Pure and Applied Sciences>, Delhi, India, Vol. 17E, No. 1, pp. 117-118, 1998.

[6] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Counter-Projective Geomefry", <Smarandache Notions Joumal>, Vol. 9, No, 1-2, 47-48, 1998.

[7] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Non-Geometry", <Bulletin of Pure and Applied Sciences>, Delhi, India, Vol. 17E, No. 1, 115-116, 1998.

[8] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Non-Geometry", <Smarandache Notions Journal>, Vol. 9, No. 1-2, 45~6, 1998.

[9] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Paradoxist Geometry", <Bulletin of Pure and Applied Sciences>, Delhi, India, Vol. 17E, No. 1, 123-1124, 1998.

[10] Chimienti, Sandy P., Bencze, Mihály, "Smarandache Paradoxist

Geometry", <Smarandache Notions Journal>, AZ, USA, Vol. 9, No. 1-2, 43-44, 1998.

[11] Mudge, Mike, "A Paradoxist Mathematician, His Function, Paradoxist Geometry, and Class of Paradoxes", <Smarandache Notions Journal>, Vol. 7, No. 1-2-3, August 1996, pp. 127-129;
reviewed by David E. Zitarelli, <Historia Mathematica>, USA, Vol, 24, No. 1, p. 114, #24.1.119, 1997.

[12] Popescu, Marian, "A Model for the Smarandache Paradoxist Geometry", <Abstracts of Papers Presented to the American Mathematical Society Meetings>, Vol. 17, No. 1, Issue 103, 265, 1996.

[13] Popov, M. R, "The Smarandache Non-Geometry", <Abstracts of Papers Presented to the American Mathematical Society Meetings>, Vol. 17, No. 3, Issue 105, 1996, p. 595.

[14] Smarandache, Florentin, "Collected Papers" (Vol. II), University of Kishinev Press, Kishinev, pp. 5-28, 1997.

[15] Smarandache, Florentin, "Paradoxist Mathematics" (lecture), Bloomsburg University, Mathematics Department, PA, USA, November 1995.

[16] Torretti, Roberto, Universidad de Chile, Santiago, "A Model for the Smarandache's Anti-Geometry',
http://www.gallup.unm.edu/~smarandache/Torretti.htm and
http://www. gallup.unm.edu/~smarandache/AntiGeomTorretti.pdf .